Quantenmechanik II

Übungsblatt 4: Zeitabhängige Störungstheorie

JProf. J. Sirker und Dr. N. Sedlmayr

Fällig: Montag 21. November, 13:00 Uhr

1. **Atomare Anregungen** (30 Punkte)

   Wir wollen die Anregungen eines Atoms betrachten, die induziert werden, wenn ein geladenes Teilchen das Atom in nahem räumlichen Abstand passiert. Wir gehen dabei davon aus, daß der Kern mit den inneren Elektronen schwer und unbeweglich sei, an der Position $(0,0,0)$ sitze und die Gesamtladung $+e$ habe. Ferner nehmen wir an, daß wir die Position des einzelnen äußeren Elektrons mit Ladung $-e$ durch eine gemittelte Position $\vec{r} = (x, y, z)$ ersetzen können. Wir werden sehen, daß diese *ad hoc* Näherung nur die Matrixelemente in der Störungstheorie betrifft. Das das Atom passierende Teilchen habe Ladung Ze und befinde sich zur Zeit t am Ort $\vec{R}(t)$. Wir nehmen an, daß es sich in der x-y Ebene parallel zur y-Achse mit Geschwindigkeit v bewege. Zur Zeit $t = 0$ befinde sich das Teilchen am nächsten zum Atom mit $\vec{R}(t=0) = (b, 0, 0)$, wobei b der Stoßparameter ist.

   a) Skizzieren Sie das System.
   b) Das eindringende Teilchen stellt ein Störpotential für das Atom dar. Geben Sie dieses zeitabhängige Potential $V(t)$ an!
   c) Wir nehmen an, daß $b \gg |\vec{r}|$ und damit $|\vec{R}(t)| \gg |\vec{r}|$ für alle Zeit t. Entwickeln Sie $V(t)$ in erster Ordnung in r/R, und schreiben Sie das Resultat als Funktion von x, y und b, v, t.
   d) Zur Zeit $t \to -\infty$ befinde sich das Atome im Zustand $|i\rangle$ mit Energie E_i. Benutzen Sie erste Ordnung Störungstheorie, um die Wahrscheinlichkeitsamplitude
   $$\gamma_{if} = \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}t \, e^{i\omega_{fi} t} \langle f | V(t) | i \rangle,$$
   zu berechnen, daß das Atom zur Zeit $t \to \infty$ in den Zustand $|f\rangle$ mit Energie E_f übergegangen ist. Hierbei sei $\omega_{fi} = (E_f - E_i)/\hbar$ und $E_f \neq E_i$.
   Hinweis: Die Lösung des Integrals kann durch die Besselfunktion $K_0(x)$ ausgedrückt werden.
   e) Nutzen Sie die asymptotischen Eigenschaften der Besselfunktion um zu untersuchen, wann die Übergangswahrscheinlichkeit $P_{if} = |\gamma_{if}|^2$ als Funktion von ω_{fi}, b und v groß wird. Geben Sie in dem entsprechenden Limes P_{if} an.