Vielteilchentheorie WS 13/14
Aufgabenblatt 3

J. Sirker und P. Korell

Freitag, 6.12.13

1. Relationen zwischen den Korrelationsfunktionen

Zeigen Sie, daß Re $C^T(\omega) = \text{Re } C^{\text{red}}(\omega) = \text{Re } C^{\text{adv}}(\omega)$ sowie

$$\text{Im } C^T(\omega) = \pm\text{Im } C^{\text{ret/adv}}(\omega) \times \begin{cases} \coth(\beta\omega/2) & \text{bosonisch} \\ \tanh(\beta\omega/2) & \text{fermionisch} \end{cases}$$

gilt, wobei das "+" für die retardierte und das "-" für die avancierte Korrelationsfunktion zu nehmen ist.

2. Darstellung der Stufenfunktion

Zeigen Sie, daß $\theta(t-t') = \frac{i}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dx\, \frac{e^{ix(t-t')}}{x+i\delta}$ gilt.

3. Spektralfunktion: Summenregel und Teilchendichte

Die Lehmann Darstellung der Spektralfunktion ist durch

$$A(\vec{p},\omega) = \frac{2\pi}{Z}\sum_{n,m} a_{\vec{p}}^{nm} \left(a_{\vec{p}}^{\dagger}\right)^{mn} \left[e^{-\beta E_n} \mp e^{-\beta E_m}\right] \delta(\omega + E_n - E_m)$$

gegeben, wobei $a_{\vec{p}}$ bosonische oder fermionische Vernichter zum Impuls $\vec{p}$ seien.

a) Beweisen Sie die Summenregel $\int \frac{d\omega}{2\pi} A(\vec{p},\omega) = 1\,.$

b) Zeigen Sie, daß man die Teilchenzahl in der Mode $\vec{p}$, $n_{\vec{p}} = \langle a_{\vec{p}}^{\dagger} a_{\vec{p}}\rangle$, aus der Spektralfunktion mittels

$$n_{\vec{p}} = \int \frac{d\omega}{2\pi}\, A(\vec{p},\omega) n_{F,B}(\omega)$$

bestimmen kann, wobei $n_{F,B}(\omega)$ die Fermi- bzw. die Bose-Verteilungsfunktion ist.