Theoretische Mechanik

Übungsblatt 1: Wiederholung Newtonsche Mechanik und Galilei Invarianz

Prof. J. Sirker

Fällig: Dienstag 23. April, 16:00 Uhr

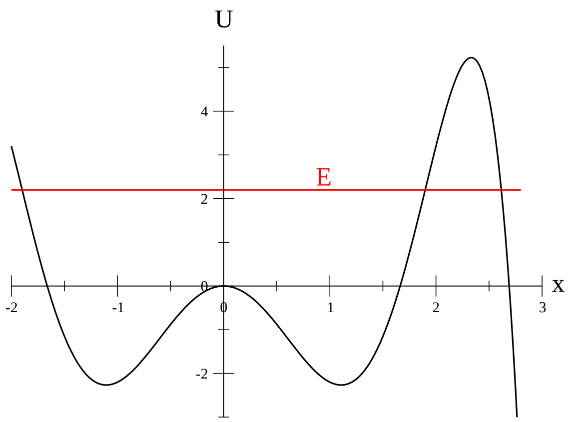
1. Newtonsche Mechanik (18 Punkte)

a) In einer Dimension habe eine Punktmasse die kinetische Energie $T = m\dot{x}^2/2$ und die potentielle Energie $U = -\int_{x_0}^{x} F(s)ds$ wobei F die Kraft ist. Zeigen Sie, daß $E = T + U$ eine Erhaltungsgröße ist.

b) Zeigen Sie, daß für eine Bahnkurve $\vec{r}(t)$ mit $|\vec{r}(t)| = \text{const}$ der Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}(t)$ senkrecht auf $\vec{r}(t)$ steht.

c) Prüfen Sie, ob das Kraftfeld $\vec{F} = (ay, -ax, 0)/(x^2 + y^2)$ konservativ ist. Hierbei sei a eine reelle Konstante.

d) Skizzieren Sie die Phasenkurven (x, p) [x: Ort; p: Impuls] für das gezeigte eindimensionale Potential U bei verschiedenen Energien E. Das Potential soll dabei für negative x (positive x) außhalb des gezeigten Bereichs ohne weitere Extrema weiter ansteigen (abfallen). Wo befinden sich allgemein die Gleichgewichtslagen im Phasenraum? Was gilt im Gleichgewicht für das Potential?



2. Galilei Invarianz (12 Punkte)

a) Wann ist eine Bewegungsgleichung zeitumkehrinvariant (d.h. ändert ihre Form unter Zeitumkehr nicht) und wann ist sie es nicht? Welches sind damit typische nicht zeitumkehrinvariante Probleme?

b) Nutzen Sie die Definition (M.I.B.1) der Vorlesung und schreiben Sie den beschriebenen Koeffizientenvergleich explizit auf, um Gleichung (M.I.B.2) zu erhalten.

c) Zeigen Sie, daß man jede Galilei Transformation (M.I.B.3) der eigentlichen orthochronen Gruppe als Verkettung einer Drehung, Translation und gleichförmigen Bewegung darstellen kann. Folgern Sie daraus, daß eine Transformation der eigentlichen orthochronen Gruppe durch die Angabe von 10 unabhängigen Parametern beschrieben wird.