

Quantenmechanik II

Übungsblatt 10: γ -Matrizen und Lorentztransformationen

JProf. J. Sirker und Dr. N. Sedlmayr

Fällig: Montag 23. Januar, 13:00 Uhr

1. Relationen der γ -Matrizen (15 Punkte)

Beweisen Sie die folgenden in der Vorlesung genannten Relationen unter Benutzung der Algebra der γ -Matrizen:

a)

$$\gamma_\mu \gamma^\mu = 4.$$

b)

$$\gamma_\mu \gamma^\alpha \gamma^\mu = -2\gamma^\alpha.$$

c)

$$\gamma_\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\mu = 4g^{\alpha\beta}.$$

d)

$$\gamma_\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\delta \gamma^\mu = -2\gamma^\delta \gamma^\beta \gamma^\alpha.$$

e)

$$\gamma_\mu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\delta \gamma^\epsilon \gamma^\mu = 2(\gamma^\epsilon \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\delta + \gamma^\delta \gamma^\beta \gamma^\alpha \gamma^\epsilon).$$

f)

$$2i(g^\kappa{}_\alpha \gamma_{\beta\kappa} - g^\kappa{}_\beta \gamma_{\alpha\kappa}) = [\gamma^\kappa, \sigma_{\alpha\beta}]$$

wobei $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$.

2. Lorentztransformation für die Dirac-Gleichung (15 Punkte)

Wie lauten die vier Lösungen der Dirac-Gleichung für ein ruhendes Teilchen mit Energie E ? Benutzen Sie den Boostoperator in Richtung \hat{n} , um daraus die Lösung für ein sich bewegendes Teilchen mit Energie E' zu finden. (Wir beschränken uns hier auf Lösungen positiver Energie.)